

### Monotonie, Schranken, Konvergenz

1. Betrachten Sie die Folge mit  $a_n = \frac{3n-1}{3n}$ .
  - a. Weisen Sie rechnerisch die Art der Monotonie nach.
  - b. Untersuchen Sie, ob die Zahlenfolge beschränkt ist. Geben Sie die Schranken an.
  - c. Prüfen Sie, ob die Folge konvergent ist. Geben Sie den Grenzwert an und bestätigen Sie Ihre Vermutung für  $\varepsilon = \frac{1}{100}$ .
  - d. Ab welchem Glied der Zahlenfolge ist  $a_n > 2,9$

### Grenzwerte von Zahlenfolgen

2. Die Zahlenfolgen  $a_n$  und  $b_n$  haben einen Grenzwert  $g$ . Von welchem Index  $n$  an ist der Abstand der Zahlenfolglieder zum Grenzwert kleiner als 0,01?

a.  $a_n = \frac{5n+2}{2n}; g = 2,5$

b.  $b_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n; g = 0$

### Komplexe Untersuchung einer Zahlenfolge

3. Gegeben ist eine Zahlenfolge  $a_n$  durch  $a_n = \frac{n+2}{2n+1}; n \geq 1$ .
  - a. Berechnen Sie die Glieder  $a_1, a_2$  und  $a_3$ .
  - b. Untersuchen Sie, ob die Zahl  $\frac{9}{17}$  Glied der Folge ist.
  - c. Untersuchen Sie das Monotonieverhalten der Zahlenfolge.
  - d. Ermitteln Sie den Grenzwert  $g$  der Folge.
  - e. Berechnen Sie, ab welchem Folglied alle weiteren Glieder der Zahlenfolge innerhalb der  $\varepsilon$ -Umgebung liegen, wenn  $\varepsilon = 0,0001$ .